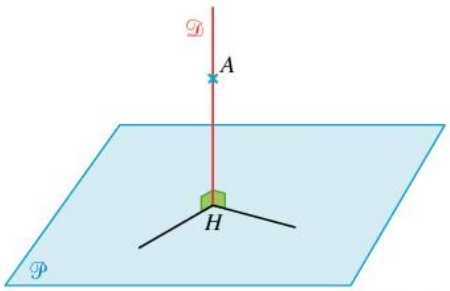
TP 3 Distance d'un point à un plan LOGICIEL DE GÉOMÉTRIE

Objectifs
Visualiser dans l'espace, émettre une conjecture et la démontrer.

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
On considère le plan $\mathscr{P}$, dont une équation cartésienne est $2x - z - 3 = 0$.
Soit a un réel. On note A le point de coordonnées $\left(1\,;a\,;a^2\right)$.
Soit H le projeté orthogonal de A sur le plan $\mathscr{P}$. On nomme $\mathscr{D}$ la droite (AH), qui est donc orthogonale à $\mathscr{P}$.



On cherche à savoir s'il existe une valeur du réel a pour laquelle la distance du point A au plan $\mathscr{P}$ est minimale.

1. Dans une fenêtre graphique 3D d'un logiciel de géométrie, tracer le plan $\mathscr{P}$.
2. **a.** Créer un curseur a, variant de -10 à 10.
   b. Créer le point $A\left(1\,;a\,;a^2\right)$.
   c. Faire varier le curseur et observer la position relative du point A et du plan $\mathscr{P}$.
3. **a.** Tracer la droite $\mathscr{D}$ qui passe par le point A et qui est orthogonale au plan $\mathscr{P}$.
   b. Lire dans la fenêtre « Algèbre » une représentation paramétrique de $\mathscr{D}$.
4. **a.** Tracer le point H, intersection de $\mathscr{D}$ et de $\mathscr{P}$.
   b. Afficher la valeur de la longueur AH.
   c. Conjecturer la réponse au problème posé dans l'énoncé.
5. Démontrer la conjecture en suivant les étapes de raisonnement indiquées ci-dessous.
   a. Déterminer les coordonnées d'un vecteur directeur de $\mathscr{D}$.
   b. En déduire une représentation paramétrique de $\mathscr{D}$.
   c. Calculer les coordonnées du point K en fonction de a, puis conclure.

Boîte à outils

Logiciel de géométrie dynamique

- Pour créer un curseur, afficher une fenêtre « Graphique2 » et cliquer sur le bouton $a=2$.
  Le curseur se pilote depuis la fenêtre « Graphique2 ».
- Le point A est un objet 3D : il doit donc être créé dans la fenêtre 3D.
- Pour tracer une droite perpendiculaire à un plan passant par un point donné, utiliser le bouton .
- Pour tracer un point à l'intersection de deux objets, utiliser le bouton .
- L'affichage de la longueur AH se fait en cliquant sur le bouton cm, puis en sélectionnant les points A et H dans la fenêtre 3D ou la fenêtre « Algèbre ».