

MATHEMATIQUES

Suites. Limites de suites : entraînement savoir-faire

Chapitre 3 : Suites. Limites de suites.	Evaluation
30. Déterminer une limite en utilisant la définition.	●● ● ● ●● ●●
31. Étudier la limite d'une somme, d'un produit et d'un quotient.	●● ● ● ●● ●●
32. Déterminer une limite par minoration, majoration, encadrement.	●● ● ● ●● ●●
33. Connaître et utiliser le théorème de convergence des suites monotones.	●● ● ● ●● ●●
34. Déterminer la limite éventuelle d'une suite géométrique.	●● ● ● ●● ●●
35. Déterminer un seuil à l'aide d'un algorithme.	●● ● ● ●● ●●

Exercice 1 30

Soit (u_n) la suite définie, pour tout entier naturel n , par $u_n = 3n + 6$.

1. A partir de quel rang a-t-on $u_n > 10000$?
2. A l'aide de la définition, montrer que (u_n) diverge vers $+\infty$.

.....

Exercice 2 30

Montrer que la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \sqrt{n}$ a pour limite $+\infty$ en $+\infty$.

.....

Exercice 3 30

Soit I un intervalle ouvert contenant 1 : un tel intervalle est de la forme $]1 - r, 1 + r'[,$ avec $r > 0$ et $r' > 0$.

Montrer que l'on a $1 - r < \frac{n+1}{n} < 1 + r'$, c'est-à-dire $1 - r - \frac{n+1}{n} < 0$ et $1 + r' - \frac{n+1}{n} > 0$, à partir d'un certain rang.

En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+1}{n}$.

.....

Exercice 4 31

1. Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} 4n^2 - \frac{1}{n} + 3^n$.
2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} -2n^2 + n$.
3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^3 + 3}{5n^4 + 8n^2 - n}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 5 32

Déterminer en utilisant les théorèmes de comparaison et des gendarmes :

- 1.
2. $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 - (-1)^n$.
3. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin(n^2)}{n}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 6 33

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Montrer par récurrence que $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et en déduire que (u_n) est convergente.

[illegible]

Exercice 7 34

Déterminer, lorsqu'elle existe, la limite des suites suivantes :

$$u_n = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n \quad v_n = \frac{4}{3 + 2 \times (-0, 8)^n} \quad w_n = -2 \times 1, 7^n \times 0, 9^{n+1} \quad t_n = 2 \times (-1, 3)^n$$

[illegible]

Exercice 8 35

On considère l'algorithme ci-dessous :

```

 $U \leftarrow 80$ 
 $N \leftarrow 0$ 
Tant que  $U \leq 114$  :
    |  $N \leftarrow N + 1$ 
    |  $U \leftarrow 0,75U + 30$ 
Fin Tant que
 $N \leftarrow 2015 + N$ 
    
```

1. Compléter le tableau suivant autant que nécessaire en arrondissant les résultats au millième près.

N	0									
U	80									
$U \leq 114$	Vrai									

2. Quelle valeur se trouve dans la variable N à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

.....