MATHEMATIQUES
Somme de variables aléatoires : entraînement savoir-faire

Chapitre 12 : Somme de variables aléatoires	Evaluation
120. Déterminer la loi d'une somme de variables aléatoires.	●● | ● | ● | ● | ●●
121. Calculer l'espérance et la variance d'une variable aléatoire.	●● | ● | ● | ● | ●●
122. Sommer des variables aléatoires indépendantes suivant une même loi.	●● | ● | ● | ● | ●●

Exercice 1 120

On dispose de deux sacs opaques.L'un contient trois jetons numérotés 0, 2 et 4, l'autre contient 5 jetons numérotés 1 ; 1 ; 3 ; 3 et 3.
On tire un jeton de chaque sac et on additionne les numéros obtenus.
Z est la variable aléatoire qui donne le résultat.

1. Définir deux variables aléatoires X et Y telles que $Z = X + Y$.

2. Déterminer les valeurs prises par Z et sa loi de probabilité.

Exercice 2 120

Une urne contient 3 jetons rouges marqués "0" et 2 jetons bleus marqués "1". On tire au hasard deux jetons de l'urne.
Soit X la variable aléatoire qui, au premier tirage, associe le numéro du jeton tiré et Y la variable aléatoire qui, au second tirage, associe le numéro du jeton tiré.
Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire $Z = X + Y$ si le tirage du second jeton :

1. se fait avec remise ;

2. se fait sans remise.

Exercice 3 121

Un professionnel vend des fauteuils. Sa commission est de 200 € par fauteuil vendu, et ses frais sont de 280 € par jour. Une étude statistique a montré que la variable aléatoire X qui donne le nombre x de fauteuils vendus par jour a la loi de probabilité suivante :

x_i	0	1	2	3	4	5
$p(X = x_i)$	0,1	0,1	0,15	0,25	0,2	0,2

On note Y la variable aléatoire donnant le gain journalier du vendeur.

1. Quelle relation lie X et Y ?

2. a. Quelle est la probabilité que le vendeur soit en déficit à la fin de la journée ?

b. Quel gain moyen journalier peut-il espérer si la conjoncture reste la même ?

Exercice 4 121

On joue à un jeu qui se déroule en deux étapes.

- Dans la phase 1, on lance un dé équilibré à six faces. Si le résultat obtenu est 1 ou 6, on gagne 9 points. Sinon on perd 6 points.
- Dans la phase 2, on lance une pièce équilibrée. Si on obtient face, on gagne 6 points. Sinon on perd 2 points.

On note X la variable aléatoire qui correspond au nombre de points de la première phase et Y la variable aléatoire qui correspond à la deuxième phase.
Ainsi, S la variable aléatoire qui correspond au nombre total de points, est la somme des deux ; c'est à dire $S = X + Y$.

Déterminer la valeur exacte de l'espérance et de la variance de la variable aléatoire S de l'exemple précédent.
En déduire une valeur approchée au centième près de l'écart type de la variable aléatoire S.

Exercice 5 122

On lance cinq dés équilibrés à six faces. On note X la variable aléatoire correspondant à la somme des résultats obtenus. Calculer $E(X)$ et $V(X)$.