

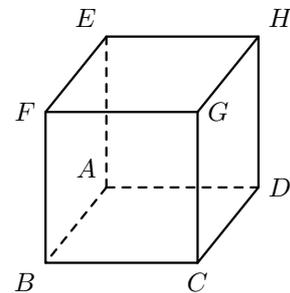
**MATHEMATIQUES**  
Orthogonalité et distances dans l'espace : entraînement savoir-faire (2)

Chapitre 6 : Orthogonalité et distances dans l'espace.	Evaluation
62. Déterminer et utiliser un vecteur normal à un plan.	●●   ●   ●   ●●   ●●
63. Utiliser la projection orthogonale pour déterminer la distance d'un point à une droite ou un plan.	●●   ●   ●   ●●   ●●

**Exercice 1** 62

Soit  $ABCDEFGH$  un cube d'arête  $a > 0$ .

Montrer que  $\vec{FB}$  est un vecteur normal au plan  $(ABC)$ .



.....

.....

.....

.....

.....

**Exercice 2** 62

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points  $A(1; 1; 1)$  et  $B(-2; 0; 2)$  ainsi

que les vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

Montrer que l'on peut définir un plan  $(\mathcal{P})$  engendré par  $A, \vec{u}$  et  $\vec{v}$ , puis montrer que  $\vec{AB}$  est un vecteur normal à  $(\mathcal{P})$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### Exercice 3 62

Dans un repère orthonormé, on donne  $A(1 ; 2 ; -2)$ ,  $B(-1 ; 3 ; 1)$  et  $C(2 ; 0 ; -2)$ .

1. Démontrer que les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  définissent un plan.

2. Déterminer un vecteur normal au plan  $(ABC)$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

### Exercice 4 62 63

On considère dans un repère orthonormé de l'espace les cinq points suivants :

$$A(1 ; 0 ; -2), \quad B(0 ; 3 ; -1), \quad C(-1 ; 2 ; 1), \quad D(0 ; -1 ; 0) \quad \text{et} \quad S\left(\frac{5}{2} ; -\frac{3}{2} ; 4\right)$$

1. Démontrer que les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  définissent un plan.

2. Montrer que  $ABCD$  est un rectangle.

3. a. Montrer que si  $\vec{n}$  est un vecteur normal au plan  $(ABC)$  alors pour tout point  $M$  du plan  $(ABC)$ , on a

$$SH = \frac{|\overrightarrow{SM} \cdot \vec{n}|}{\|\vec{n}\|}, \quad \text{où } H \text{ est le projeté orthogonal du point } S \text{ sur le plan } (ABC).$$

b. Montrer que le vecteur de coordonnées  $\begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$  est un vecteur normal au plan  $(ABC)$ .

c. En déduire la hauteur  $SH$  de la pyramide  $SABCD$ .

4. Calculer le volume de la pyramide  $SABCD$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

