

## Avec des vecteurs directeurs

- $d$  et  $d'$  sont **orthogonales** si un vecteur directeur de l'une est orthogonal à un vecteur directeur de l'autre.
- Si deux droites sont **perpendiculaires**, alors elles sont orthogonales. La réciproque est fautive car deux droites orthogonales ne sont pas toujours coplanaires.

## Avec des vecteurs directeurs

- La droite  $d$  de vecteur directeur  $\vec{w}$  et le plan  $\mathcal{P}$  de base  $(\vec{u}, \vec{v})$  sont **orthogonaux** si  $\vec{w}$  est orthogonal à la fois à  $\vec{u}$  et à  $\vec{v}$ .
- Si une droite est orthogonale à un plan, alors elle est orthogonale à toute droite de ce plan.

## Avec un vecteur normal

- Un vecteur  $\vec{n}$  est **normal** au plan  $\mathcal{P}$  de base  $(\vec{u}, \vec{v})$  s'il est non nul et orthogonal à la fois à  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .
- Une droite est **orthogonale** à un plan si et seulement si un vecteur directeur de cette droite est colinéaire à un vecteur normal à ce plan.

## Caractériser l'orthogonalité de deux droites

## Caractériser l'orthogonalité d'un plan et d'une droite

## Caractériser l'orthogonalité de deux vecteurs

$$\vec{AB} \text{ et } \vec{AC} \text{ sont orthogonaux} \Leftrightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0 \Leftrightarrow AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}) = 0.$$

## Orthogonalité et distances dans l'espace

### Caractériser le parallélisme d'une droite et d'un plan

Une droite est **parallèle** à un plan si et seulement si un vecteur directeur de cette droite est orthogonal à un vecteur normal à ce plan.

### Caractériser le parallélisme de deux plans

- Un plan  $\mathcal{P}_1$  de vecteur normal  $\vec{n}_1$  est **parallèle** à un plan  $\mathcal{P}_2$  de vecteur normal  $\vec{n}_2$  si et seulement si  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  sont colinéaires.
- Si deux plans sont orthogonaux à une même droite, alors ils sont parallèles entre eux.

### Calculer des distances

•  $H$  est le **projeté orthogonal** de  $A$  sur  $\mathcal{P}$  et la distance de  $A$  à  $\mathcal{P}$  est :

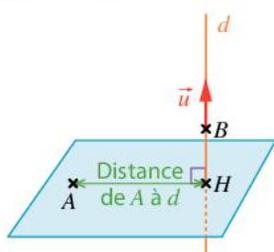
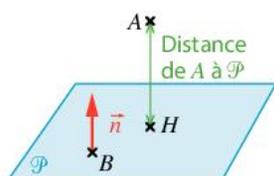
$$AH = \frac{|\vec{AB} \cdot \vec{n}|}{\|\vec{n}\|},$$

où  $B \in \mathcal{P}$  et  $\vec{n}$  est un vecteur normal à  $\mathcal{P}$ .

•  $H$  est le **projeté orthogonal** de  $A$  sur  $d$  et la distance de  $A$  à  $d$  est :

$$AH = \left\| \vec{AB} - \frac{\vec{AB} \cdot \vec{u}}{\|\vec{u}\|^2} \vec{u} \right\|,$$

où  $B \in d$  et  $\vec{u}$  est un vecteur directeur de  $d$ .



### Calculer dans une base et un repère orthonormés

- $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  est une **base orthonormée** signifie que :  
 $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0$  et  $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = \|\vec{k}\| = 1$ .  
 $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  est alors un **repère orthonormé** de l'espace.

Soient  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$ ,  $A(x_A; y_A; z_A)$  et  $B(x_B; y_B; z_B)$ .

- **Produit scalaire** :  $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy' + zz'$ .
- **Norme** :  $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .
- $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$