Limites

- Pour $n \in \mathbb{N}^*$: $\lim\limits_{x\to+\infty} x^n = +\infty$.

Si n est impair, $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n = -\infty$;

si n est pair, $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n = +\infty$.

- Pour $n \in \mathbb{N}^*$:

$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{x^n} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x^n} = 0$ et $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} \dfrac{1}{x^n} = +\infty$.

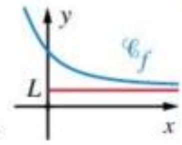
Si n impair, $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}} \dfrac{1}{x^n} = -\infty$; si n pair, $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}} \dfrac{1}{x^n} = +\infty$.

- $\lim\limits_{x\to-\infty} k = \lim\limits_{x\to+\infty} k = k$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x} = +\infty$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$

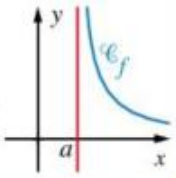
Asymptotes

a et L sont des réels.

- Si $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = L$ ou $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = L$ alors asymptote horizontale d'équation $y = L$.



- Si $\lim\limits_{x\to a} f(x) = +\infty$ ou $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$ alors asymptote verticale d'équation $x = a$.



Limites d'une fonction

Croissances comparées

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$ ($n \in \mathbb{N}^*$)

$\lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x = 0$ ($n \in \mathbb{N}^*$)

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{\sqrt{x}} = +\infty$

Théorèmes de comparaison

Le réel a peut être remplacé par $-\infty$ ou $+\infty$; $L \in \mathbb{R}$

- Si $f(x) \leqslant g(x)$ et $\lim\limits_{x\to a} f(x) = +\infty$, alors $\lim\limits_{x\to a} g(x) = +\infty$
- Si $f(x) \leqslant g(x)$ et $\lim\limits_{x\to a} f(x) = -\infty$, alors $\lim\limits_{x\to a} g(x) = -\infty$
- Théorème des gendarmes

Si $f(x) \leqslant g(x) \leqslant h(x)$ et $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} h(x) = L$, alors $\lim\limits_{x\to a} g(x) = L$.

Formes indéterminées

« $\infty - \infty$ » ; « $\infty \times 0$ » ;

« $\dfrac{\infty}{\infty}$ » ; « $\dfrac{0}{0}$ »

Fonction composée u suivie de v

$v \circ u$ telle que $v \circ u(x) = v(u(x))$

Dérivée de $v \circ u$

- $(v \circ u)'(x) = v'(u(x)) \times u'(x)$
- $(e^u)' = u'e^u$
- $(u^n)' = n\,u'u^{n-1}$ (où $n \in \mathbb{Z}^*$)
- $(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$

Exemple de calcul d'une limite

$\lim\limits_{x\to+\infty} (-2x) = -\infty$ et $\lim\limits_{X\to-\infty} e^X = 0$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-2x} = 0$