

## Loi binomiale

### Modèle de la succession d'épreuves indépendantes

La probabilité d'une issue  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  est égale au produit des probabilités des composantes  $x_i$ , pour  $i$  entier allant de 1 à  $n$ .

La succession de deux épreuves indépendantes d'univers respectifs  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  a pour univers  $\Omega_1 \times \Omega_2$ .

### Loi binomiale de paramètres $n$ et $p$

Soit  $X$  une variable aléatoire qui, à chaque issue d'un schéma de Bernoulli de paramètres  $n$  et  $p$ , associe le nombre de succès au cours de ces  $n$  épreuves.

- La loi de probabilité de  $X$  est appelée loi binomiale de paramètres  $n$  et  $p$ . On la note  $\mathcal{B}(n, p)$ .
- Pour tout entier  $k$  compris entre 0 et  $n$ ,

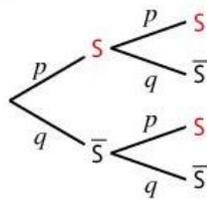
$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}, \text{ où } q = 1 - p.$$

### Schéma de Bernoulli

Succession de  $n$  épreuves de Bernoulli de paramètre  $p$ , identiques et indépendantes.

- L'univers des issues d'un schéma de Bernoulli de paramètres  $n$  et  $p$  est  $\{0, 1\}^n$ .

- $\binom{n}{k}$  est le nombre de chemins réalisant  $k$  succès pour  $n$  répétitions sur l'arbre associé à un schéma de Bernoulli.



### Épreuve de Bernoulli de paramètre $p$

Expérience aléatoire présentant deux issues dont l'une, nommée « succès », a pour probabilité  $p$  et l'autre, nommée « échec » a pour probabilité  $1 - p$ .

- La variable aléatoire  $X$  qui prend la valeur 1 en cas de succès et 0 en cas d'échec est appelée **variable aléatoire de Bernoulli**.

- La loi de probabilité de  $X$  est appelée loi de Bernoulli de paramètre  $p$ .

$x_i$	0	1
$P(X = x_i)$	$1 - p$	$p$

$$E(X) = p, \quad V(X) = p(1 - p) \quad \text{et} \quad \sigma(X) = \sqrt{p(1 - p)}.$$