

Combinatoire et dénombrement

Les savoir-faire du chapitre

- | | |
|--|---|
| 21. Utiliser les principes additif et multiplicatif. | 24. Utiliser les combinaisons pour dénombrer. |
| 22. Utiliser les k -uplets pour dénombrer. | 25. Utiliser une représentation adaptée pour dénombrer. |
| 23. Utiliser les permutations pour dénombrer. | |

Pour bien commencer

1 Dans une classe de 30 élèves, 25 élèves pratiquent la natation, 11 élèves pratiquent le judo et 8 élèves pratiquent à la fois la natation et le judo.

- 1) Combien d'élèves pratiquent seulement la natation? seulement le judo?
- 2) Quel est le nombre d'élèves qui ne pratiquent ni la natation, ni le judo?

2 On considère les deux ensembles A et B suivants :

$A = \{0; 4; 7; 5; 2; 9\}$ et $B = \{1; 5; 8; 2; 9; 3; 6\}$. Déterminer les ensembles suivants :

- 1) $C = A \cup B$
- 2) $D = A \cap B$.

3 Un antivol de vélo possède un code de trois chiffres, chaque chiffre étant 0, 1, 2 ou 3. Déterminer le nombre de codes possibles.

4 Pour former un nombre à deux chiffres, on procède de la façon suivante :

- pour le chiffre des dizaines, on pioche dans un sac contenant trois jetons numérotés 2, 3 et 4.
- pour le chiffre des unités, on pioche dans un sac contenant deux jetons 0 et 1.

Déterminer la liste des nombres que l'on peut ainsi former.





21

Utiliser les principes additif et multiplicatif.

- 1) Soit deux ensembles $E = \{a, b\}$ et $F = \{1, 2, 3, 4\}$. Déterminer le nombre d'éléments de $E \cup F$ et $E \times F$.

.....

.....

.....

- 2) Un restaurant propose un menu « plat + dessert ».

Un client qui décide de prendre ce menu doit choisir un plat parmi les trois viandes et les deux poissons proposés, puis un dessert parmi les quatre desserts proposés.

Déterminer le nombre de choix différents permettant de construire son menu.

.....

.....

.....

.....

- 3) Dans une classe de 35 élèves, 20 étudient l'allemand, 15 l'espagnol et 8 aucune de ces deux langues. Combien d'élèves étudient l'allemand et l'espagnol ?

.....

.....

.....

22

Utiliser les k -uplets pour dénombrer.

- 1) Etablir la liste des triplets de l'ensemble $E = \{a; b\}$.

.....

.....

- 2) Les numéros de téléphone commençant par 06 sont constitués du couple $(0; 6)$ que l'on complète par un 8-uplets de l'ensemble $E = \{0; 1; 2; \dots; 9\}$.

a) Déterminer le nombre de numéros de téléphone possibles commençant par 06.

b) Combien de numéros de téléphone commençant par 06 ou 07 sont possibles ?

.....

.....

.....

- 3) Pour sécuriser son compte sur un site internet, Nabolos doit créer un mot de passe composé de 7 lettres uniquement avec les 26 lettres de l'alphabets (pas de caractère spécial, pas de chiffre). Combien de mots de passe peut-il ainsi créer ?

.....

.....





23

Utiliser les k -uplets d'éléments distincts et les permutations pour dénombrer.

1) a) Soit $E = \{a; b; c; d\}$. Combien y a-t-il de 3-uplets d'éléments distincts de E ?

b) Soit $E = \{0; 1; \dots; 9\}$. Combien de permutations de E peut-on réaliser ?

.....
.....

2) 8 athlètes s'élancent au départ d'une course de 100 m.

Combien y a-t-il d'ordres d'arrivée possibles en supposant qu'il n'y a ni abandon, ni ex-aequo ?

.....
.....

3) Dans le championnat de France de rugby, composé de 14 équipes et appelé TOP 14, les six premières équipes qui ont le plus de points à la fin des matches aller-retour (phase régulière) passent à la deuxième phase du championnat.

a) Combien de classements composés des six équipes qui atteignent la deuxième phase sont possibles ?

b) Lors de la saison 2018-2019, c'est le stade Toulousain qui a fini premier de la phase régulière.

Combien de classements composés des six premières équipes de cette phase régulière étaient alors possibles avec le stade Toulousain en tête ?

c) Lors de la saison 2018-2019, le stade Toulousain a fini premier de la phase régulière suivi de Clermont-Ferrand. Combien de classements de ce championnat sont alors possibles avec ces deux équipes positionnées respectivement première et deuxième ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....

24

Utiliser les combinaisons pour dénombrer.

1) On dispose d'un jeu de 32 cartes. Une « main » de 4 cartes est un ensemble de 4 cartes dont l'ordre n'importe pas.

a) Combien de mains de 4 cartes peut-on alors former ?

b) Combien y a-t-il de mains comportant au moins un roi ?

2) Dix amis, dont Nabolos et Nanolos, se partagent au hasard en deux équipes de 5 pour faire un match de foot à 5.

a) Combien d'équipes comportant Nabolos et Nanolos peut-on former ?

b) Si les équipes sont composées au hasard, quelle est la probabilité que Nabolos et Nanolos soient ensemble. Arrondir à 0,01 près.

.....
.....
.....
.....
.....
.....



25

Utiliser une représentation adaptée pour dénombrer.

- 1) Dans un *escape game*, il faut trouver un code à 4 chiffres contenant une fois le nombre 3, deux fois le nombre 5 et une fois le nombre 6. Déterminer le nombre de codes différents possibles, puis la probabilité de trouver le bon code dès le premier essai. Arrondir à 0,01 près.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 2) Dans un lycée de 500 élèves, 300 d'entre eux ont un compte Snapchat et 380 ont un compte Facebook. Il y a 50 élèves qui n'ont de compte dans aucun des deux réseaux sociaux. Combien d'élèves ont un compte sur les deux réseaux sociaux ? Combien ont seulement un compte sur Snapchat.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 3) Dans un autre lycée de 495 élèves, 395 élèves ont un compte Snapchat, 163 ont un compte Instagram et 19 ont un compte Facebook. Parmi tous ces élèves, 5 ont seulement un compte Facebook, 8 ont un compte sur Facebook et Snapchat mais pas Instagram, 82 ont seulement un compte Instagram et 2 ont un compte sur les trois réseaux sociaux.

- a) Déterminer le nombre d'élèves qui n'ont de compte que sur Snapchat.
- b) Déterminer le nombre d'élèves qui n'ont aucun compte social.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

