

On se place dans un repère orthonormé de l'espace.

1 Vecteurs directeurs

On considère six droites dirigées par les vecteurs ci-dessous.

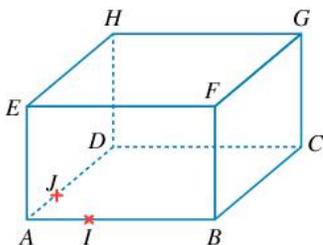
À chaque droite \mathcal{D}_1 , \mathcal{D}_2 et \mathcal{D}_3 , associer la droite Δ_1 , Δ_2 ou Δ_3 qui lui est parallèle. Justifier.

$$\mathcal{D}_1: \vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \mathcal{D}_2: \vec{v} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \mathcal{D}_3: \vec{w} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1: \vec{m} \begin{pmatrix} -5/4 \\ 0 \\ -1/4 \end{pmatrix}; \quad \Delta_2: \vec{n} \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3}/3 \\ \sqrt{3}/3 \end{pmatrix}; \quad \Delta_3: \vec{p} \begin{pmatrix} 1 \\ -3/2 \\ -1/2 \end{pmatrix}$$

2 Bases de l'espace

On considère le parallélépipède ci-dessous.



Recopier et compléter chacun des triplets suivants par un vecteur de façon à obtenir une base de l'espace.

1. $(\vec{AB}; \vec{AD}; \dots)$
2. $(\vec{BD}; \dots; \vec{BG})$
3. $(\vec{FD}; \vec{FH}; \dots)$
4. $(\vec{IJ}; \vec{BC}; \dots)$

3 Vecteurs orthogonaux

Pour quelle(s) valeur(s) du réel a les vecteurs

$$\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} \begin{pmatrix} 5 \\ a \\ a^2 \end{pmatrix} \text{ sont-ils orthogonaux ?}$$

4 Plan de l'espace

Théodore cherche à définir un plan dans l'espace. Inès lui propose les énoncés suivants.

Dans chacun des cas, expliquer pourquoi les données fournies ne permettent pas de définir un plan, puis corriger afin que ce soit le cas.

1. « Un plan de l'espace peut être défini par trois points quelconques. »
2. « Un plan de l'espace peut être défini par deux vecteurs non colinéaires. »
3. « Un plan de l'espace peut être défini par un point et une droite. »

5 Résolution de systèmes

On considère le système suivant, où t est un réel.

$$\begin{cases} x = 3t + 2 \\ y = -2t + 1 \\ z = t \end{cases}$$

1. Lorsque t est égal à -2 , quelles sont les valeurs des nombres x , y et z ?
2. a. Pour quelle valeur de t a-t-on $z = 0$?
b. Quelles sont alors les valeurs des nombres x et y ?

6 Vecteur normal (1)

On considère un plan \mathcal{P} de base (\vec{u}, \vec{v}) avec :

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

- Le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix}$ est-il un vecteur normal au plan \mathcal{P} ? Justifier.

7 Vecteur normal (2)

On considère le plan \mathcal{P} qui passe par le point

$$A(2; 0; 1) \text{ et de vecteur normal } \vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

1. Le point $B(-1; -2; 1)$ appartient-il au plan \mathcal{P} ? Justifier.
2. Le point $C(0; 1; 4)$ appartient-il au plan \mathcal{P} ? Justifier.