

Situation 1 Atteindre ou non une limite TABLEUR

Objectif
Conjecturer la limite
d'une suite à l'aide
d'un tableur.

Une action d'entreprise vaut 15 € un jour zéro.
On suppose qu'à partir de ce jour zéro commence
une période de fortes turbulences boursières et
que la valeur de l'action perd 85 % de sa valeur
par jour.
Afin de renflouer l'entreprise pendant la durée de
la crise boursière, on injecte chaque jour des
liquidités à hauteur de 8,5 € par action.
On note u_n la valeur en euro de l'action le jour n .
On a alors la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par :



$$\begin{cases} u_0 = 15 \\ u_{n+1} = 0,15u_n + 8,5 \end{cases}$$

Les premiers termes de cette suite ont été calculés à l'aide d'un
tableur et figurent dans la copie d'écran ci-contre.

- 1 Quelle formule, saisie en B3 et recopiée vers le bas, permet d'obtenir
les premiers termes de la suite (u_n) ?
- 2 On admet que la suite (u_n) a une limite finie quand n tend vers $+\infty$.
À partir du tableau ci-contre, conjecturer la limite ℓ de la suite (u_n)
quand n tend vers $+\infty$. Interpréter le résultat.
- 3 Dans chacun des trois cas suivants, donner le premier rang N tel
que :
 - a. la distance entre les réels u_N et ℓ soit inférieure à 0,5 ;
 - b. $u_N \in]\ell - 0,01 ; \ell + 0,01[$;
 - c. $|u_N - \ell| < 10^{-5}$.
- 4 D'après le tableur, $u_{10} = 10$. Que peut-on en penser ?

	A	B
1	n	u_n
2	0	15
3	1	10,75
4	2	10,1125
5	3	10,016875
6	4	10,0025313
7	5	10,0003797
8	6	10,000057
9	7	10,0000085
10	8	10,0000013
11	9	10,0000002
12	10	10

Situation 2 Des règles sur les limites

Objectifs
Manipuler
des inégalités
et découvrir quelques
règles pour les limites
et opérations.

On considère les suites (u_n) , (v_n) , (w_n) et (x_n) telles que :

- $u_n \geq 150\,000$ dès que $n \geq 28$;
- $v_n \geq 200\,000$ dès que $n \geq 44$;
- $w_n \leq -175\,000$ dès que $n \geq 25$;
- $x_n \leq -180\,000$ dès que $n \geq 9$.

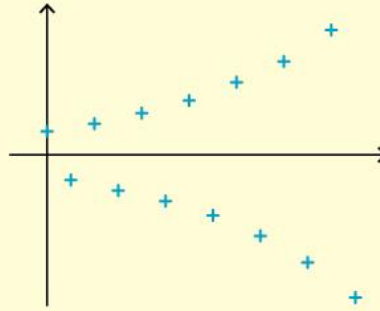
- 1 a. À partir des informations données dans l'énoncé, quelle inégalité peut-on écrire sur la somme
 $u_n + v_n$ lorsque $n \geq 44$?
b. Si les suites (u_n) et (v_n) divergent vers $+\infty$, conjecturer alors le comportement de la suite $(u_n + v_n)$
quand n tend vers $+\infty$.
- 2 a. De même, quelle inégalité peut-on écrire sur la somme $w_n + x_n$ lorsque $n \geq 25$?
b. Si les suites (w_n) et (x_n) divergent vers $-\infty$, conjecturer alors le comportement de la suite $(w_n + x_n)$
quand n tend vers $+\infty$.
- 3 Sous les mêmes hypothèses, conjecturer d'autres règles en travaillant avec les suites $(u_n \times v_n)$, $(u_n \times w_n)$,
 $(w_n \times x_n)$ et $(u_n + w_n)$.

Situation 3 Suites du type (q^n) LOGICIEL DE GÉOMÉTRIE

Objectif

Conjecturer le comportement asymptotique des suites du type (q^n) suivant les valeurs du réel q .

- 1 Ouvrir une fenêtre dans un logiciel de géométrie dynamique.
Dans la fenêtre graphique, créer un curseur q variant de -10 à 10 .
- 2 Dans le tableur du logiciel, afficher dans une première colonne les valeurs de n pour n allant de 0 à 14 .
Dans une seconde colonne, afficher les termes d'indice 0 à 14 de la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = q^n$.
- 3 Afficher les points de coordonnées $(n ; u_n)$ pour n allant de 0 à 14 .
- 4 Rajesh a obtenu l'affichage ci-dessous mais les graduations des axes ont disparu.



- a. Quelle inégalité sur q peut-on déduire du graphique ?
- b. La suite semble-t-elle convergente ?
- 5 Faire varier le curseur et observer les effets sur le comportement de la suite.
Quelle(s) conjecture(s) peut-on émettre sur la convergence des suites du type (q^n) selon les valeurs prises par q , ainsi que sur leur éventuelle limite ?

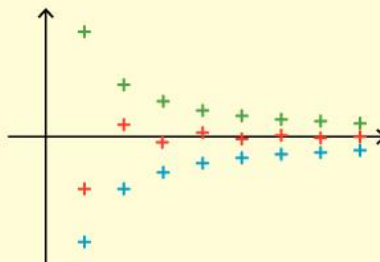
Situation 4 Encadrer des suites

Objectif

Conjecturer le comportement d'une suite encadrée par deux suites qui convergent vers la même limite.

On considère la suite (v_n) , définie pour tout entier naturel n non nul par $v_n = \frac{(-1)^n}{2n^2}$.

- 1 Donner un encadrement de $(-1)^n$ pour tout entier naturel n non nul.
- 2 En déduire un encadrement de v_n pour tout entier naturel n non nul.
- 3 On pose, pour tout entier naturel n non nul, $u_n = -\frac{1}{n^2}$ et $w_n = \frac{1}{n^2}$.
 - a. Ordonner les termes u_n , v_n et w_n pour tout entier naturel n non nul.
 - b. Déterminer la limite des suites (u_n) et (w_n) .
 - c. On a représenté graphiquement les trois suites dans un repère où les axes ne sont pas gradués. Identifier chacune d'elles.



- d. Quelle conjecture peut-on émettre sur le comportement à l'infini de la suite (v_n) ?