SITUATIONS EN VERSION MODIFIABLE

Situation 1 Tirage au hasard

Objectif
Introduire un schéma de Bernoulli comme somme de variables aléatoires.

Un sac contient 4 boules vertes et 6 boules rouges On considère l'expérience aléatoire consistant à tirer une boule dans le sac, à noter sa couleur et à la remettre dans le sac.
On répète cinq fois cette expérience aléatoire et on note le nombre de fois où on a obtenu une boule verte au cours des cinq tirages.
On appelle succès l'événement « Obtenir une boule verte ».
On note X_i, pour i allant de 1 à 5, la variable aléatoire qui prend la valeur 1 au i-ème tirage lorsqu'on obtient un succès, et 0 sinon.

1. Calculer $P(X_i = 0)$ et $P(X_i = 1)$.
2. On considère la variable aléatoire S_2 définie par $S_2 = X_1 + X_2$.
Que représente S_2 ?
3. En déduire la loi de S_2, puis calculer $E(S_2)$.
4. Que représente $S_5 = X_1 + \ldots + X_5$?
5. En déduire la loi de S_5 puis calculer $E(S_5)$.

Situation 2 Linéarité de l'espérance

Objectif
Introduire la linéarité de l'espérance.

Soit X une variable aléatoire dont la loi est donnée ci-dessous.

x_i	-1	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,5	0,2	0,2	0,1

1. Calculer $E(X)$.
2. On considère la variable aléatoire Y qui prend pour valeurs le double des valeurs prises par X augmentées de 3.
Exprimer Y en fonction de X.
3. Recopier et compléter le tableau suivant.

y_i	$2 \times (-1) + 3$	$2 \times 0 + 3$	$2 \times 1 + 3$	$2 \times 2 + 3$
$P(Y = y_i)$	…	…	…	…

4. Calculer $E(Y)$.
5. Vérifier que $E(Y) = 2E(X) + 3$.
6. On considère la variable aléatoire $Z = aX + b$, où a et b sont deux nombres réels.
Recopier et compléter le tableau suivant.

z_i				
$P(Z = y_i)$	0,5	0,2	0,2	0,1

7. Calculer $E(Z)$.
8. Vérifier que $E(Z) = aE(X) + b$.