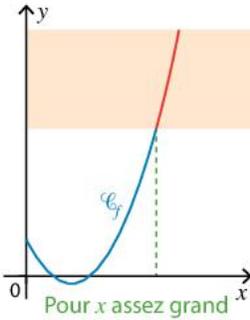


Limites en $+\infty$ et en $-\infty$

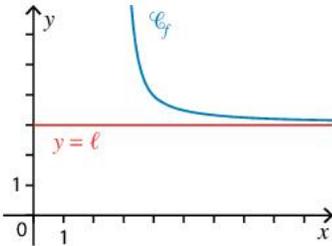
- Limite infinie

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$



- Limite finie

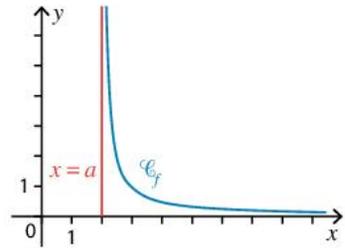
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$$



Limites en un réel a

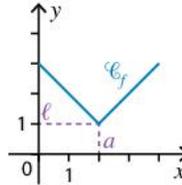
- Limite infinie

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$$



- Limite finie

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$$



Conjecturer graphiquement des limites et asymptotes

Calculer des limites

- Fonctions de référence

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0;$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0; \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

- Opérations sur les limites : attention aux formes indéterminées (FI)

Si $\lim f =$	∞	0	∞
Si $\lim g =$	∞	∞	0
alors $\lim (fg) =$	∞	FI	FI
alors $\lim \left(\frac{f}{g}\right) =$	FI	0	∞

$$\text{Si } \lim f = +\infty \text{ et } \lim g = -\infty$$

$$\text{alors } \lim (f + g) = \text{FI.}$$

Étudier la continuité d'une fonction

- f est continue sur $I \Leftrightarrow$ sa courbe est tracée sur l'intervalle I sans lever le crayon de la feuille.

$$\bullet f \text{ est continue en } a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a).$$

- Les fonctions affines, polynômes et exponentielle sont continues sur \mathbb{R} . La fonction racine carrée est continue sur $[0; +\infty[$ et la fonction inverse est continue sur $]-\infty; 0[$ et sur $]0; +\infty[$.

- **Théorème des valeurs intermédiaires**
Soit une fonction f définie et continue sur un intervalle $[a; b]$. Pour tout réel k compris entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe au moins un réel c compris entre a et b tel que $f(c) = k$.

Pour une fonction strictement monotone sur un intervalle $[a; b]$, l'équation $f(x) = k$ admet une unique solution sur l'intervalle $[a; b]$.

Limites et continuité des fonctions